

బహుపదుల సమితి గుణకార ప్రక్రియలో ఏ ధర్మాన్ని పాటించదు?

1. $\frac{(x+2)^2+1}{x+2} = 3$ అయిన $\frac{(x+2)^6+1}{(x+2)^3}$ విలువ (TET-TRT-2014)

1. 27 2. 18
3. 36 4. 3

సమాధానము : (2) 18

దత్తాంశం ప్రకారం $\frac{(x+2)^2+1}{x+2} = 3$

$$\Rightarrow \frac{(x+2)^2}{x+2} + \frac{1}{x+2} = 3$$

$$\Rightarrow (x+2) + \frac{1}{(x+2)} = 3 \dots \dots \dots (1)$$

$$\frac{(x+2)^6+1}{(x+2)^3} = \frac{(x+2)^6}{(x+2)^3} + \frac{1}{(x+2)^3}$$

$$= (x+2)^3 + \frac{1}{(x+2)^3}$$

$$= (x+2)^3 + \left[\frac{1}{(x+2)}\right]^3$$

$$= \left[(x+2) + \frac{1}{(x+2)}\right]^3 - 3(x+2) \cdot \frac{1}{(x+2)}$$

$$\left[(x+2) + \frac{1}{(x+2)}\right]^3 - 3 \cdot 1$$

$$\therefore a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$$

$$= 3^3 - 3(3)$$

$$= 18$$

$$\therefore \frac{(x+2)^6+1}{(x+2)^3} = 18$$

2. $(a^2 - b^2)c + (b^2 - c^2)a$ యొక్క కారణాంకములు (TET-TRT-2014)

1. $(a-b)(ab+c^2)$
2. $(a-c)(ac+b^2)$
3. $(a-c)(ab+c^2)$
4. $(a-b)(ac+b^2)$

సమాధానము : (4) $(a-b)(ac+b^2)$

$$(a^2 - b^2)c + (b^2 - c^2)a$$

$$= a^2c - b^2c + b^2a - c^2a$$

$$= a^2c - ac^2 + ab^2 - b^2c$$

$$= ac(a-c) + b^2(a-c)$$

$$= (a-c)(ac+b^2)$$

3. $a^2 - 4a - 1 = 0$ ($a \neq 0$) అయిన $a^2 + \frac{1}{a^2}$ (DSC-2012)

1. 18 2. 4
3. 15 4. 16

సమాధానము : (1) 18

$$a^2 - 4a - 1 = 0$$

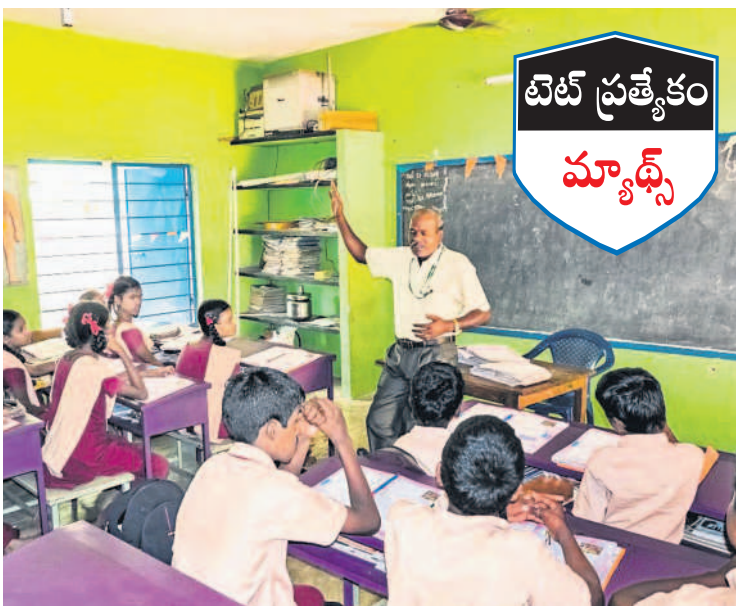
$$\Rightarrow a^2 - 1 = 4a$$

$$\Rightarrow \frac{a^2}{a} - \frac{1}{a} = \frac{4a}{a}$$

$$\Rightarrow \left[\frac{a^2}{a} - \frac{1}{a}\right] = 4 \dots \dots \dots (1)$$

Now

$$a^2 + \frac{1}{a^2} = a^2 + \left(\frac{1}{a}\right)^2$$

$$= \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2a \cdot \frac{1}{a}$$


$\therefore a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$

$$= \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2$$

$$= 4^2 + 2$$

$$= 16 + 2$$

$$= 18$$

$$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = 18$$

4. $(7)^{-5x+23} = (343)^{11x-5}$ అయిన x విలువ (DSC-2012)

1. 2 2. 1
3. -1 4. 0

సమాధానము : (2) 1

$$(7)^{-5x+23} = (343)^{11x-5}$$

$$\Rightarrow 7^{5x+23} = (7^3)^{11x-5}$$

$$\Rightarrow -5x + 23 = 33x - 15$$

$$\Rightarrow -5x - 33x = -15 - 23$$

$$\Rightarrow -38x = -38$$

$$\Rightarrow \boxed{x=1}$$

5. $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 3$ అయిన $x^3 + \frac{1}{x^3}$ (DSC-2012)

1. 9 2. $6\sqrt{3}$
3. 0 4. $3(1-\sqrt{3})$

సమాధానము : (3) 0

దత్తాంశం ప్రకారం

$$x + \frac{1}{x} = \sqrt{3} \dots \dots \dots (1)$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = x^3 + \left(\frac{1}{x}\right)^3$$

$$\left[\therefore a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)\right]$$

$$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$(\therefore \text{from (1)})$$

$$= (\sqrt{3})^3 - 3 \times \sqrt{3}$$

$$= 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3}$$

$$= 0$$

$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = 0$

6. $(x+1)(x+2)(x-3)$ విలువ (DSC-2004)

1. $x^3 + 7x - 6$
2. $x^3 - 6x^2 - 7x - 6$
3. $x^3 + 6x^2 - 7x - 6$
4. $x^3 - 7x - 6$

సమాధానము : (4) $x^3 - 7x - 6$

$$(x+1)(x+2)(x-3)$$

$$= [x(x+3) + 1(x+2)](x-3)$$

$$= (x^2 + 2x + x + 2)(x-3)$$

$$= (x^2 + 3x + 2)(x-3)$$

$$= x(x^2 + 3x + 2) - 3(x^2 + 3x + 2)$$

$$= x^3 + 3x^2 + 2x - 3x^2 - 9x - 6$$

$$= x^3 - 7x - 6$$

$$\therefore (x+1)(x+2)(x-3) = x^3 - 7x - 6$$

7. $a^3 - b^3$ యొక్క కారణాంకములు (DSC-2002)

1. $(a+b)(a^2+ab+b^2)$
2. $(a-b)(a^2+ab+b^2)$
3. $(a-b)(a^2-ab+b^2)$
4. $(a+b)(a^2-ab+b^2)$

సమాధానము : (3) $(a-b)(a^2-ab+b^2)$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

8. $4a^4 + 81 =$ (DSC-2002)

1. $(2a^2 + 6a + 9)(2a^2 - 6a + 9)$
2. $(2a^2 - 6a + 1)(2a^2 + 6a + 81)$
3. $(4a^2 + 6a + 9)(a^2 - 6a + 9)$
4. $(2a^2 - 6a + 3)(2a^2 + 6a + 27)$

సమాధానము : (1) $(2a^2 + 6a + 9)(2a^2 - 6a + 9)$

$$4a^4 + 81 = (2a^2)^2 + 9^2$$

$$= (2a^2 + 9)^2 - 2(2a^2)(9)$$

$$= (2a^2 + 9)^2 - 36a^2$$

$$= (2a^2 + 9)^2 - (6a)^2$$

$$= (2a^2 + 9 + 6a)(2a^2 + 9 - 6a)$$

$$= (2a^2 + 6a + 9)(2a^2 - 6a + 9)$$

$\therefore 4a^4 + 81 = (2a^2 + 6a + 9)(2a^2 - 6a + 9)$

Alter

ఇచ్చిన ప్రశ్నలో $a = 1$ రాయుగా

$$4a^4 + 81 = 4 + 81 = 85$$

ఇచ్చిన option లలో $a = 1$ ఎందులో ప్రతిక్షేపిస్తే 85 వస్తుందో అదియే సరైన సమాధానం.

Option (a) \Rightarrow

$$(2 + 6 + 9)(2 - 6 + 9) = 17 \times 5 = 85$$

\therefore Option (a) సరైనది.

9. $8x^6 - 9x^3 + 1$ ను కారణాంకాల లబ్ధంగా వ్రాయుగా (DSC-2001)

1. $(x+1)(x^2+x+1)(2x-1)(4x^2+2x+1)$
2. $(x-1)(x^2+x+1)(2x-1)(4x^2+2x+1)$
3. $(x-1)(x^2+x+1)(2x-1)(4x^2+2x-1)$
4. $(x-1)(x^2-x+1)(2x-1)(4x^2+2x-1)$

సమాధానము : (2) $(x-1)(x^2+x+1)(2x-1)(4x^2+2x+1)$

$$8x^6 - 9x^3 + 1$$

$$= 8x^6 - 8x^3 - x^3 + 1$$

$$= 8x^3(x^3 - 1) - 1(x^3 - 1)$$

$$= (x^3 - 1)(8x^3 - 1)$$

$$= (x^3 - 1)[(2x)^3 - 1^3]$$

$$= (x-1)(x^2+x+1)(2x-1)(4x^2+2x+1)$$

10. $x^3 + 3x^2 + 3x + 9$ యొక్క కారణాంకాల లబ్ధం (DSC-2009)

1. $(x+2)(x^2+3)$
2. $(x+3)^3$
3. $(x^3+3^3)(x+1)$
4. $(x+3)(x^2+3)$

సమాధానము : (4) $(x+3)(x^2+3)$

$$x^3 + 3x^2 + 3x + 9$$

$$= x^2(x+3) + 3(x+3)$$

$$= (x+3)(x^2+3)$$

11. $6 - 15a^2 - 36a^4$ యొక్క కారణాంకాల లబ్ధం (DSC-2009)

1. $(3a-1)(3a+1)(8a^2+5)$
2. $(3a+1)(3a-1)(8a^2-5)$
3. $(1-2a)(2a+1)(9a^2+6)$
4. $(1-2a)(2a+1)(9a^2-6)$

సమాధానము : (3) $(1-2a)(2a+1)(9a^2+6)$

$$6 - 15a^2 - 36a^4$$

$$= 3[2 - 5a^2 - 12a^4]$$

$$= 3[2 - 8a^2 + 3a^2 - 12a^4]$$

$$= 3[2(1 - 4a^2) + 3a^2(1 - 4a^2)]$$

$$= 3(1 - 4a^2)(2 + 3a^2)$$

$$= (1 - 2a)(1 + 2a)(6 + 9a^2)$$

12. $\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right)\left(1 - \frac{1}{5}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n}\right) =$

1. $\frac{n-1}{n}$ 2. n
3. $\frac{1}{n}$ 4. $\frac{2}{n}$

సమాధానము : (4) $\frac{2}{n}$

$$\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right)\left(1 - \frac{1}{5}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

$$= \left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{4}{5}\right) \dots \left(\frac{n-1}{n}\right) = \frac{2}{n}$$

13. బహుపదుల సమితి గుణకార ప్రక్రియలో ఈ క్రింది ధర్మాన్ని పాటించదు.

1. సంపూర్ణ న్యాయం
2. సహచర న్యాయం
3. వినిమయ న్యాయం
4. గుణకార విలోమం

సమాధానము : (4) గుణకార విలోమ ధర్మాన్ని పాటించదు

14. $x^n + y^n = z^n$ లో $n > 2$ అయిన పూర్ణాంక సంఖ్య ఉండదని చెప్పిన గణిత శాస్త్రవేత్త

1. పాస్కల్ 2. హెర్మిట్
3. ఫెర్మాట్ 4. డెకార్ట్

సమాధానము : (1) పాస్కల్

15. $\sqrt{12 + \sqrt{12 + \sqrt{12 + \dots}}}$ (DSC-2019)

1. 0 2. ∞
3. 4 4. 12

సమాధానము : (3) 4

$$\frac{1 + \sqrt{1+4a}}{2} = \frac{1 + \sqrt{1+4(12)}}{2}$$

$$= \frac{1 + \sqrt{49}}{2} = \frac{17}{2} = 4$$

16. $A = 4x^3 - 2x^2 + 3x + 4$,
 $B = x^3 + 4x^2 - 6x + 5$,
 $C = 2x^3 - 5x^2 + 7x - 6$ అయిన $(A-C) + (B-C) =$ (DSC-2003)

1. $x^3 + 12x^2 + 17x + 21$
2. $x^3 - 12x^2 - 17x + 21$
3. $x^3 - 12x^2 + 17x - 21$
4. $x^3 + 12x^2 - 17x + 21$

సమాధానము : (4) $x^3 + 12x^2 - 17x + 21$

$$A = 4x^3 - 2x^2 + 3x + 4$$

$$C = 2x^3 - 5x^2 + 7x - 6$$

$$\underline{A - C = 2x^3 + 3x^2 - 4x + 10}$$

$$B = x^3 + 4x^2 - 6x + 5$$

$$C = 2x^3 - 5x^2 + 7x - 6$$

$$\underline{B - C = x^3 + 9x^2 - 13x + 11}$$

బీవీ రమణ

డైరెక్టర్,
ఐకాల్ స్టడీ సర్కిల్,
వికారాబాద్